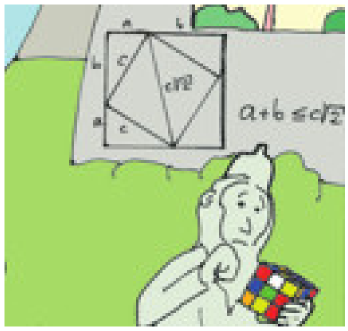
Neben der Suchfigur *Jana* sind auf der mathematischen Wimmelpostkarte noch andere interessante Dinge zu finden: Symbole, Formeln, Zahlen und klassische Probleme der Mathematik. Wer mehr über Jana erfahren will, sollte übrigens mal auf `www.was-zaehlt.de` gehen.

Betrachten Sie z.B. das Graffiti auf der Festungsmauer. Es zeigt, dass die Summe der Kathetenlängen eines rechtwinkligen Dreieckes kleiner oder gleich der Hypotenusenlänge mal $\sqrt{2}$ ist. Dies wird durch die Graphik einsehbar. Diskutieren Sie doch einmal diesen „graphischen Beweis“ mit Ihrer Klasse.



Der bekannte Zauberwürfel bietet viele mathematische Fragen. Wieviele Möglichkeiten gibt es, den Zauberwürfel zu verdrehen?[a]. Wieviel Drehungen braucht man maximal, um den verdrehten Würfel in den Ursprungszustand zu bringen?[b] Wieviel Würfelanordnungen gibt es, für die man wirklich die maximale Anzahl an Viertelumdrehungen bis zur Lösung benötigt?[c]

[a] Es sind übrigens 43252003274489856000 viele Möglichkeiten.
[b] 26 Vierteldrehungen
[c] Bis heute unbekannt

Die Menge der **rationalen Zahlen** $\mathbb{Q}$ ist die Menge der rellen Zahlen, die man als Bruch $\frac{a}{b}$ mit $a \in \mathbb{Z}$ und $b \in \mathbb{N}$ darstellen kann. Z.B. ist $\frac{22}{7}$ eine rationale Zahl. Die Menge der **irrationale Zahlen** $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ besteht aus den reellen Zahlen, die nicht rational sind. Mit einfachen Methoden kann man zeigen, dass $\sqrt{2}$ zu den irrationalen Zahlen zählt. Mit deutlich mehr Aufwand kann man zeigen, dass die Eulersche Zahl e und auch π zu den irrationalen Zahlen zählen. Ob die Zahlen $e+\pi$ oder $e-\pi$ rational oder irrational sind, ist bis heute unbekannt. Trotzdem kann jeder gewitzte Achtklässer[a] leicht beweisen, dass mindestens eine der Zahlen $e+\pi$ bzw. $e-\pi$ irrational ist. Es kann also nicht sein, dass **beide** dieser Zahlen rational sind.

[a] unter Benutzung der Tatsache, dass e und π irrational sind

Das **Banach-Tarski Paradox**[a] besagt, dass man eine Kugel verdoppeln kann. Genauer: Mann kann eine Kugel in endlich viele Teilmengen zerlegen und dann durch Drehungen und Verschiebungen dieser Teilmengen zwei neue Kugeln zusammensetzen, die jeweils die Größe der ursprünglichen Kugel haben. Beweisen lässt sich dies zwar nicht mit Schulmathematik, aber doch mit Mitteln, die man in den ersten Semestern eines Mathematikstudiums lernt. Paradox ist diese Tatsache, wenn man an eine physikalische Interpretation denkt. Kann man eine Goldkugel mit dieser Methode verdoppeln? Tatsächlich zeigt der Satz, dass das mathematische Modell des Raumes als Punktmengen in der Mathematik Aspekte hat, die sich in der physikalischen Realität nicht wiederfinden. Konkret stellen sich die Teilmengen, in die die Kugel zerlegt werden müsste, als nicht meßbar heraus, d.h. man kann Ihnen kein Volumen zuordnen. Man verlässt also beim Zerlegen die Menge der Teilmengen, denen man ein Volumen als Zahl zuordnen kann.

[a] Gezeigt 1924 von Stefan Banach und Alfred Tarski